

Klassikaline skaalainvariantsus & universumi inflatsioon

Kristjan Kannike

kannike@cern.ch



KBFI

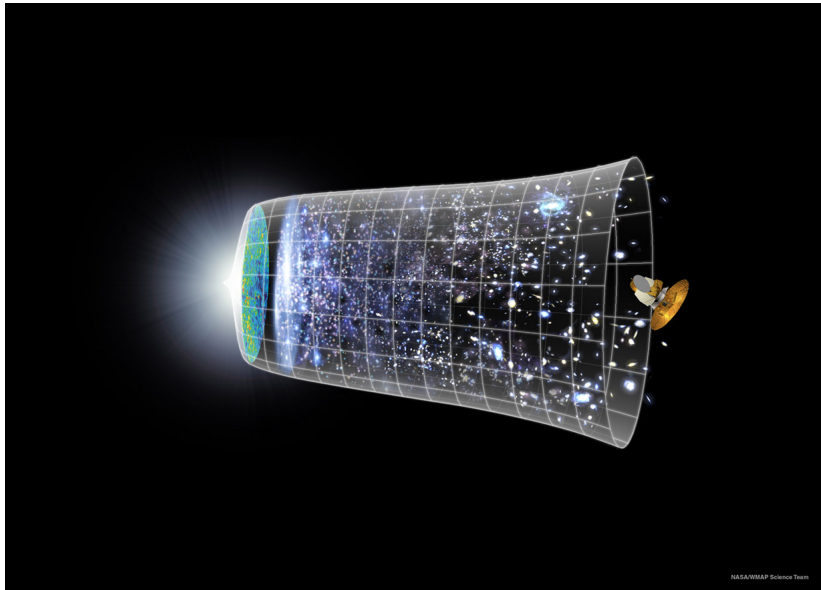
22. oktoober 2014, Tõravere Observatoorium

K.K., Antonio Racioppi ja Martti Raidal, 1410.xxxx

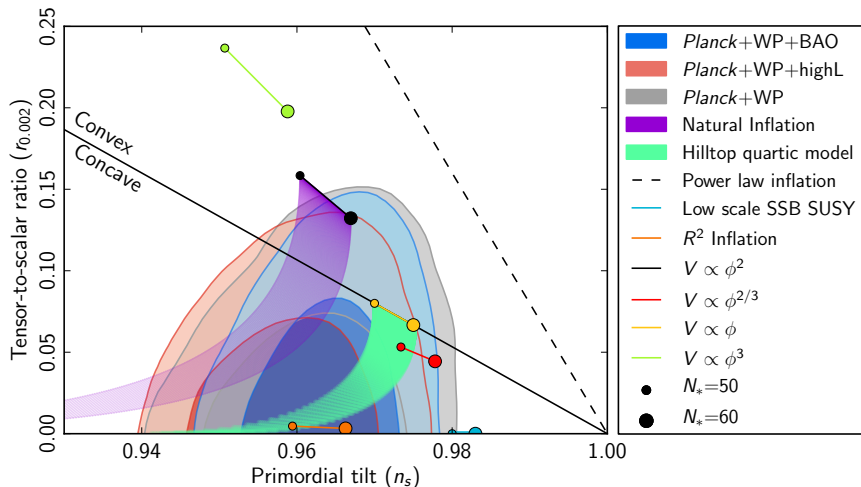
2 Kondikava

- BICEP2 & võimalikud gravitatsioonilainete jäljed
- Higgsi mass ja hierarhiaprobleem $\rightarrow$ klassikaline skaalainvariantsus
- Dünaamiline Plancki mass & inflatsioon

3 Universumi areng



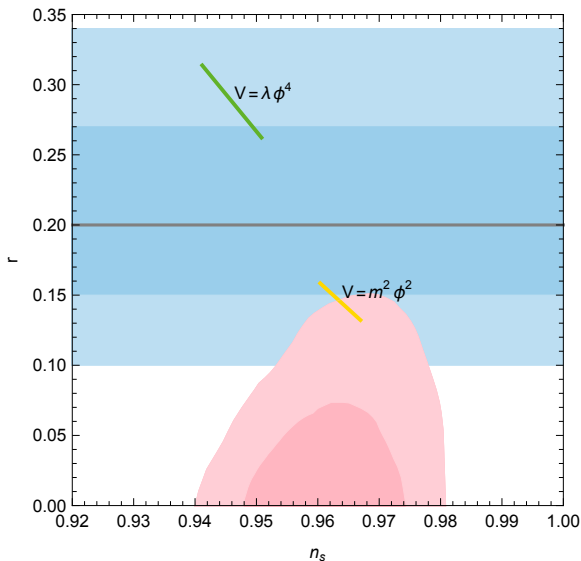
4 Planck 2013



Planck Collaboration, 2013, arXiv:1303.5082

$$r = \frac{P_T(k)}{P_S(k)}, \quad P_S(k) = A_s \left(\frac{k}{k^*} \right)^{n_s-1+...}$$

5 Märts 2014: Planck & BICEP2



$$r = \frac{P_T(k)}{P_S(k)}, \quad P_S(k) = A_s \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_s-1+...}$$

6 BICEP-i andmed

$$r = 0.2^{+0.07}_{-0.05}$$

BICEP2 Coll., Phys. Rev. Lett. 112 (2014) 241101

- Pole kooskõlas $r = 0$!
- Välistab paljud mudelid: Starobinsky inflatsioon, ekpürootiline universum, stringi-inflatsioon, kus

$$r \approx 0$$

- Palju artikleid, et signaali seletada

7 Andmete analüüs

- Kogu signaal võib olla tolmu Mortonson, Seljak, 1405.5857; Flauger, Hill & Spergel, JCAP 1408 (2014) 039
- Vaja rohkem andmeid Planckilt

8 Andmete analüüs

- Plancki uusimate tolmuandmete 1409.5738 analüüs:
Cheng, Huang & Wang, 1409.7025 ja Xu, 1409.7870;
võimsusspektri analüüs – BICEP2 signaal tuleb
tolmust

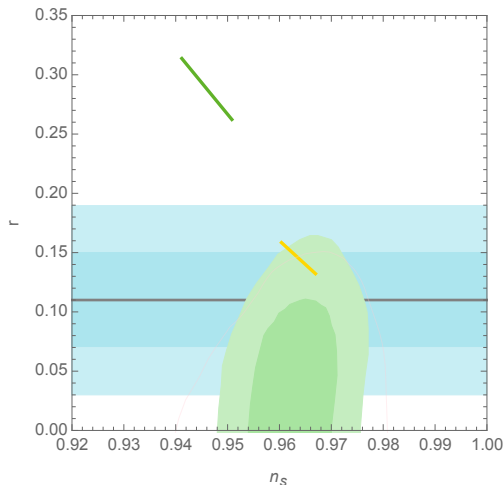
8 Andmete analüüs

- Plancki uusimate tolmuandmete 1409.5738 analüüs:
Cheng, Huang & Wang, 1409.7025 ja Xu, 1409.7870;
võimsusspektri analüüs – BICEP2 signaal tuleb
tolmust
- Võimsusspektrist ei piisa: kasutame *genus topology*
(topoloogilisi liiginäitajaid)! *Esialgsetest* avalikest
Plancki andmetest

$$r = 0.11 \pm 0.04$$

Colley, Gott 1409.4491

9 Andmete analüüs



Colley, Gott 1409.4491 ning Cheng, Huang & Wang, 1409.7025 ja Xu, 1409.7870 ei ole tegelikult vastuolus!

10 Hierarhiaprobleem

- Plancki mass $M_P = 2.4 \times 10^{18}$
- Hierarhiaprobleem:

$$\frac{M_H}{M_P} \lll 1$$

- Iga Plancki skaala osake peaks andma panuse $\delta m_H \sim m_P$
- Aitaks supersümmeetria või uus tugev vastasmõju
- Kuid LHC-s pole leitud midagi peale Higgsi bosoni

10 Hierarhiaprobleem

- Plancki mass $M_P = 2.4 \times 10^{18}$
- Hierarhiaprobleem:

$$\frac{M_H}{M_P} \lll 1$$

- Iga Plancki skaala osake peaks andma panuse
 $\delta m_H \sim m_P$
- Aitaks supersümmeetria või uus tugev vastasmõju
- Kuid LHC-s pole leitud midagi peale Higgsi bosoni

11 Klassikaline skaalainvariantsus

- Lagranžiaanis pole mitte ühtegi massiparameetrit
- Ainult dimensioonitud vastasmõjud
- Pole täpne sümmeetria – rikuvad *logaritmiliselt* jooksvad vastasmõjud $\frac{\lambda(M_H)}{\lambda(M_P)} \propto \ln \frac{M_H}{M_P}$

12 Miinimumid & massid

- Välja ϕ üldiseim skalaarne potentsiaal on

$$V = \frac{m^2}{2}\phi^2 + \mu\phi^3 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$$

- Miinimumi tingimus $\frac{dV}{d\phi} = 0$
- Skalaari mass on $m^2 = \left. \frac{d^2V}{d\phi^2} \right|_{\phi=v_\phi}$

13 Klassikaline skaalainvariantsus

- Lagranžiaanis pole mitte ühtegi massiparameetrit:

$$V = \frac{1}{4}\lambda\phi^4$$

- Klassikaliselt on miinum

$$\langle\phi\rangle \equiv v_\phi = 0, \quad m^2 = 0.$$

- Kõik massiskaalad tekivad kvantefektidest

14 Klassikaline skaalainvariantsus

- Kõik massiskaalad tekivad kvantefektidest
- Vastasmõju tugevus sõltub energiast
- Nt. tugev interaktsioon on kõrgel energial nõrk
- Prootoni mass (QCD skaala Λ_{QCD}) – kvantefekt

15 Klassikaline skaalainvariantsus

- Vastasmõju tugevus sõltub energiast:

$$V = \frac{1}{4}\lambda(\phi)\phi^4$$

- RGE:

$$\frac{d\lambda_\phi}{d\ln\mu} = \beta_{\lambda_\phi},$$

kus μ on renormeerimisskaala

- Lihtne näide: $\lambda_\phi \approx \beta_{\lambda_\phi} \ln \frac{\mu}{\mu_0}$

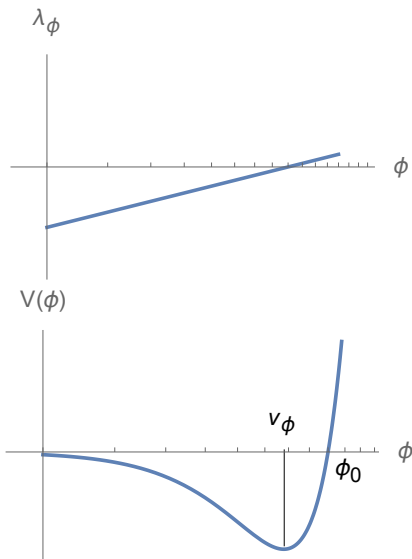
- Võtame $\mu = \phi$, siis

$$V \approx \frac{1}{4}\beta_{\lambda_\phi} \ln \frac{|\phi|}{\phi_0} \phi^4$$

- VEV & mass:

$$v_\phi \approx \frac{\phi_0}{e^{1/4}}, \quad m_\phi^2 = \frac{\beta_{\lambda_\phi} \phi_0^2}{\sqrt{e}}$$

16 Klassikaline skaalainvariantsus



17 Inflatsiooniretsept

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{M_P^2}{2} R + \mathcal{L}_\phi \right), \text{ kus } \mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi)$$

- Arvuta välja väärtus inflatsiooni lõpus:

$$\epsilon(\phi_e) = \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'(\phi_e)}{V(\phi_e)} \right)^2 = 1$$

- Arvuta ϕ^* N e-kordse järgi:

$$N = \frac{1}{M_P} \int_{\phi_e}^{\phi^*} \frac{d\phi}{\sqrt{2\epsilon(\phi)}}$$

17 Inflatsiooniretsept

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{M_P^2}{2} R + \mathcal{L}_\phi \right), \text{ kus } \mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi)$$

- Arvuta välja väärtus inflatsiooni lõpus:

$$\epsilon(\phi_e) = \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'(\phi_e)}{V(\phi_e)} \right)^2 = 1$$

- Arvuta ϕ^* N e-kordse järgi:

$$N = \frac{1}{M_P} \int_{\phi_e}^{\phi^*} \frac{d\phi}{\sqrt{2\epsilon(\phi)}}$$

17 Inflatsiooniretsept

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{M_P^2}{2} R + \mathcal{L}_\phi \right), \text{ kus } \mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi)$$

- Arvuta välja väärtus inflatsiooni lõpus:

$$\epsilon(\phi_e) = \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'(\phi_e)}{V(\phi_e)} \right)^2 = 1$$

- Arvuta ϕ^* N e-kordse järgi:

$$N = \frac{1}{M_P} \int_{\phi_e}^{\phi^*} \frac{d\phi}{\sqrt{2\epsilon(\phi)}}$$

18 Inflatsiooniretsept

- Arvuta r ja n_s e-kordsete $N = [50, 60]$ vahel:

$$r = 16\epsilon(\phi^*)$$

$$n_s = 1 - 6\epsilon(\phi^*) + 2\eta(\phi^*),$$

kus teine aeglase veeremise parameeter on

$$\eta(\phi) = M_P^2 \frac{V''(\phi)}{V(\phi)}$$

- Skalaarse amplituudide sagedusest

$$A_s^2 = \frac{1}{M_P^4} \frac{V(\phi^*)}{24\pi^2 \epsilon(\phi^*)} \approx 2.45 \times 10^{-9}$$

fikseeri V normeering

$$V(\phi^*) \approx (1.94 \times 10^{16} \text{ GeV})^4 \frac{r}{0.12}$$

19 Uued osakesed

Meie mudeli uued osakesed on

- Inflaton ϕ
- Teine skalaar η (tühine osa tumedast ainest)
- Rasked neutriinod N
- NB! Et mitte anda Higgsile ülisuurt massi, ei oma ϕ ega η otsest vastasmõju Standardmudeli osakestega
- Inflatonil on *mitteminimaalne* vastasmõju gravitatsiooniga

20 Lagranžiaan

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (\mathbf{f}(\phi) \mathbf{R} + \mathcal{L}_{\text{aine}}),$$

$$\text{kus } f(\phi) = \frac{\xi_\phi}{2} \phi^2$$

$$\mathcal{L}_{\text{aine}} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta + \mathcal{L}_Y - V,$$

$$\mathcal{L}_Y = y_\phi \phi \bar{N}^c N + y_\eta \eta \bar{N}^c N,$$

$$V = \frac{1}{4} \lambda_\phi \phi^4 + \frac{1}{4} \lambda_{\phi\eta} \phi^2 \eta^2 + \frac{1}{4} \lambda_\eta \eta^4$$

21 Plancki mass

- Kuidas saada vastasmõjust $f(\phi) = \frac{\xi_\phi}{2}\phi^2$ Einsteini gravitatsioon $\frac{M_P^2}{2}R$?
- Nihutame $\phi = v_\phi + \varphi$
- Dünaamiline Plancki mass:

$$f(\phi) \rightarrow f(v_\phi + \varphi) = \frac{1}{2}\xi_\phi(\varphi + v_\phi)^2$$

$$M_P^2 = \xi_\phi v_\phi^2$$

22 Jordani raamist Einsteini raami

- Me ei oska teha mitteminimaalse vastasmõjuga arvutusi
- Konformne teisendus:

$$g_{\mu\nu} \rightarrow \Omega(\phi)^2 g_{\mu\nu},$$

$$\text{kus } \Omega(\phi)^2 = \frac{2}{M_{\text{P}}^2} f(\phi)$$

- Einsteini raami potentsiaal:

$$u = \frac{V(\phi)}{\Omega(\phi)^4} = \frac{\lambda_\phi(\phi)\phi^4}{4\Omega(\phi)^4}$$

23 Einsteini raam

■ Potentsiaal

$$U = \frac{1}{4} \lambda_{\phi}(\phi) \frac{M_P^4}{\xi_{\phi}^2}$$

■ Inflatoni mass

$$m_{\phi}^2 = U''(v_{\phi}) = \frac{1}{8} \frac{\lambda_{\phi}''(v_{\phi}) M_P^4}{\xi_{\phi}^2}$$

■ η mass

$$m_{\eta}^2 = \frac{1}{2} \lambda_{\phi\eta} v_{\phi}^2 = \frac{1}{2} \lambda_{\phi\eta} \frac{M_P^2}{\xi_{\phi}}$$

23 Einsteini raam

■ Potentsiaal

$$U = \frac{1}{4} \lambda_{\phi}(\phi) \frac{M_P^4}{\xi_{\phi}^2}$$

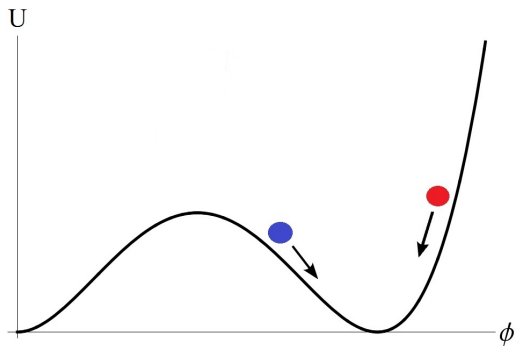
■ Inflatoni mass

$$m_{\phi}^2 = U''(v_{\phi}) = \frac{1}{8} \frac{\lambda_{\phi}''(v_{\phi}) M_P^4}{\xi_{\phi}^2}$$

■ η mass

$$m_{\eta}^2 = \frac{1}{2} \lambda_{\phi\eta} v_{\phi}^2 = \frac{1}{2} \lambda_{\phi\eta} \frac{M_P^2}{\xi_{\phi}}$$

24 Skalaarne potentsiaal



- Pärast inflatsiooni vaja väikest vaakumi energiat:
 $\lambda_\phi(v_\phi) \approx 0$
- λ_ϕ miinimum on potentsiaali miinimum: $\lambda_\phi(v_\phi) = 0$
- Selleks on vaja $\lambda_{\phi\eta}$ ja y_ϕ : rasked neutriinod on hädavajalikud!

25 Skalaarne potentsiaal

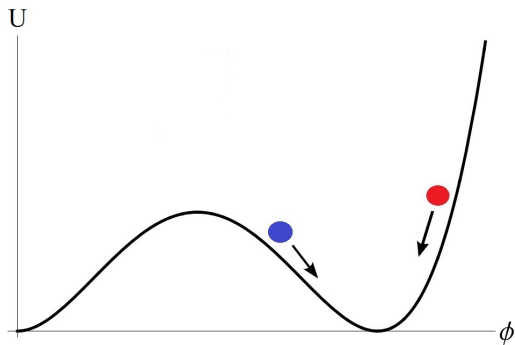
Miinimumi ümbruses

$$\lambda_\phi(\phi) = \lambda_\phi(v_\phi) + \lambda'_\phi(v_\phi)(\phi - v_\phi) + \frac{1}{2}\lambda''_\phi(v_\phi)(\phi - v_\phi)^2 + \mathcal{O}(\phi^3)$$

■ Miinimumis on

$$\lambda'_\phi(v_\phi) \propto \beta_{\lambda_\phi} = 0 \rightarrow \frac{1}{2}\lambda_{\phi\eta}^2 - 64y_\phi = 0$$

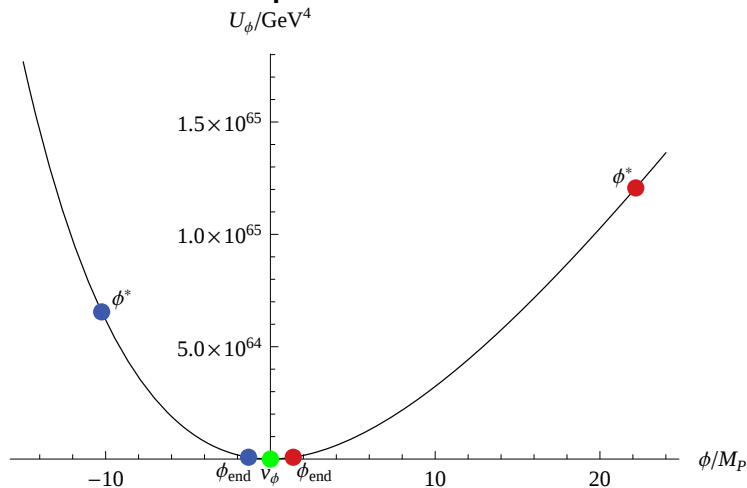
26 Skalaarne potentsiaal



Kaks võimalikku liiki inflatsiooni:

- Väikese välja inflatsioon, kus ϕ veereb edasi v_ϕ poole
- Suure välja (kaootiline) inflatsioon, kus ϕ veereb tagasi v_ϕ poole

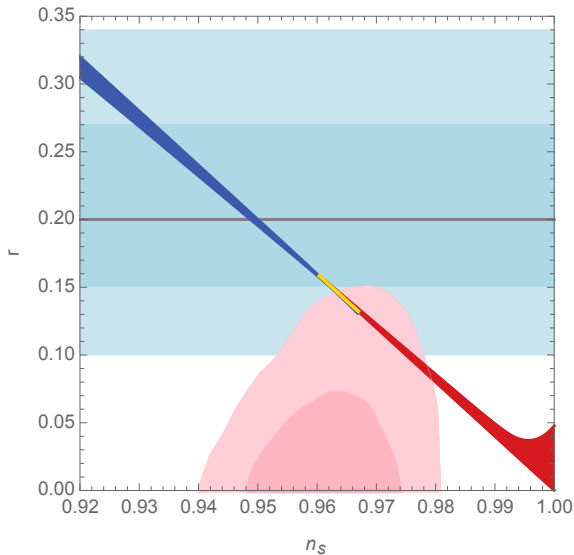
27 Skalaarne potentsiaal



Miinimumi ümbruses

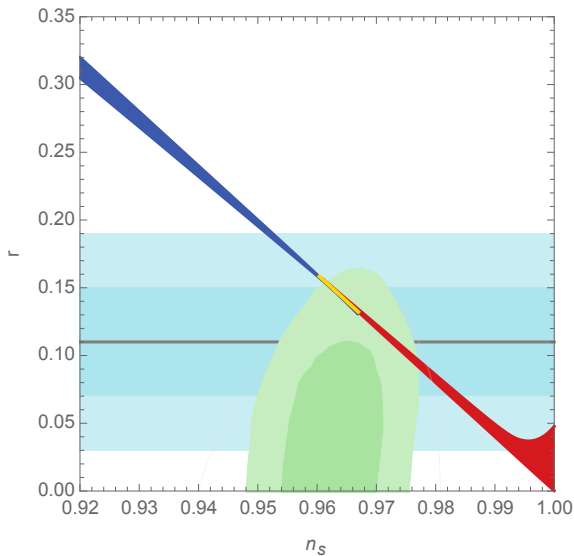
$$\lambda_\phi(\phi) = \lambda_\phi(v_\phi) + \lambda'_\phi(v_\phi)(\phi - v_\phi) + \frac{1}{2}\lambda''_\phi(v_\phi)(\phi - v_\phi)^2 + \mathcal{O}(\phi^3)$$

28 Tulemused: r vs. n_s



$N = 50 \dots 60, \xi_\phi = 0 \dots 0.0115$

29 Tulemused & uued tingimused: r vs. n_s

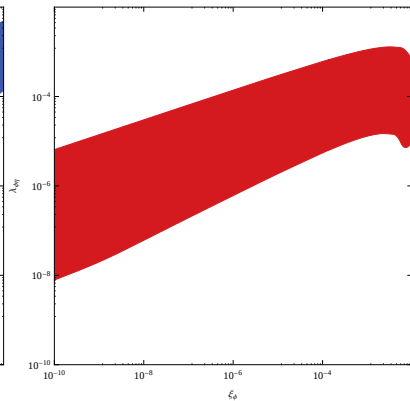
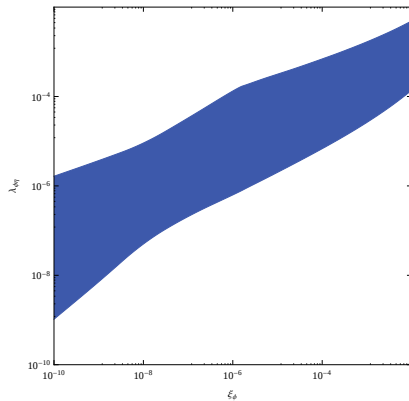


30 Tulemused

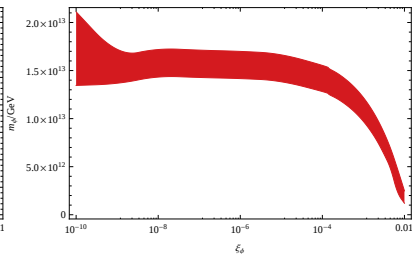
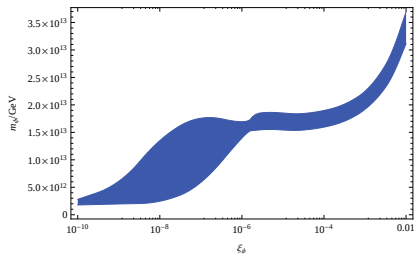
Lubatud piirkonnas

- Eelistatud on suure välja lahend
- Inflatoni mass $m_\phi \sim 10^{13}$ GeV
- $\lambda_{\phi\eta} \sim 10^{-4}$
- $\xi_\phi \sim 10^{-3}$
- $m_\eta \sim M_P \rightarrow \eta = 0$ inflatsiooni ajal
- $T_{RH} \sim 10^{12...13}$ GeV

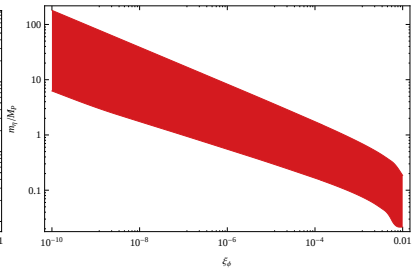
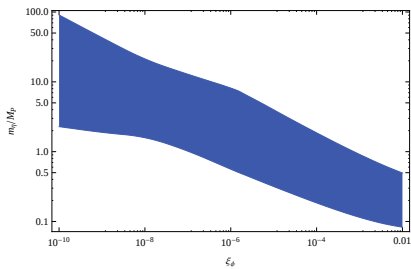
31 Portaal



32 Inflaton mass



33 η mass



34 Kokkuvõte

- Täielikult klassikaliselt skaalainvariantne mudel
- Inflatoni VEV tekitab Plancki massi
- Plancki ja BICEP2-ga kooskõlas piirkond r vs. n_s tasandil
- Sama piirkond on kooskõlas uute andmeanalüüsidega
- Eelistatud on suure välja inflatsioon
- η on WIMPzilla, kuid vaid tühine osa tumeainest
- Konkreetseid ennustused, mida saab kinnitada või ümber lükata

35 RGE-d

$$16\pi^2\beta_{\lambda_\phi} = 18c_\phi^2\lambda_\phi^2 + \frac{1}{2}\lambda_{\phi\eta}^2 + 16c_\phi\lambda_\phi y_\phi^2 - 64y_\phi^4,$$

$$16\pi^2\beta_{\lambda_\eta} = 18\lambda_\eta^2 + \frac{1}{2}c_\phi^2\lambda_{\phi\eta}^2 + 16\lambda_\eta y_\eta^2 - 64y_\eta^4,$$

$$16\pi^2\beta_{\lambda_{\phi\eta}} = 4c_\phi\lambda_{\phi\eta}^2 + 6\lambda_{\phi\eta}(c_\phi^2\lambda_\phi + \lambda_\eta) + 8\lambda_{\phi\eta}(c_\phi y_\phi^2 + y_\eta^2) - 384y_\phi^2 y_\eta^2,$$

$$16\pi^2\beta_{y_\phi} = 16y_\phi(c_\phi y_\phi^2 + y_\eta^2),$$

$$16\pi^2\beta_{y_\eta} = 16y_\eta(c_\phi y_\phi^2 + y_\eta^2),$$

$$16\pi^2\beta_{\xi_\phi} = 6c_\phi \left(\xi_\phi + \frac{1}{6} \right) \lambda_\phi,$$

kus $c_\phi \approx 1$